

Title	3次元進行波の性質 (非線形波動現象の数理と応用)
Author(s)	岡村, 誠
Citation	数理解析研究所講究録 (2009), 1645: 35-37
Issue Date	2009-04
URL	http://hdl.handle.net/2433/140680
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

3 次元進行波の性質

九州大学応用力学研究所 岡村 誠 (OKAMURA Makoto)*

Research Institute for Applied Mechanics (RIAM), Kyushu University

非粘性、非圧縮流体の渦なし運動による 3 次元深水重力波の一つである short-crested wave を扱う. short-crested wave とは 2 次元進行波が垂直壁に入射角 θ で入射して、そのときに生成される反射波との重ね合わせによって作られる波であり、3 次元進行波ではもっとも簡単な波である. この short-crested wave の波形を大振幅の極限近くまで数値的に求め、以下の結果を得た.

- 入射角[†] θ が $0 \leq \theta < 47.5$ のとき、極限波となる条件は 2 次元定在波 ($\theta = 0$) のときの条件と同様になる. つまり、峰、あるいはその近傍での流体粒子の加速度 A_c が重力加速度 g に等しくなるときに極限波となり、そこでの頂角は $\Theta = 90$ となる.²⁾
- 入射角 θ が $47.5 < \theta \leq 90$ のとき、極限波となる条件は 2 次元進行波 ($\theta = 90$) のときの条件と同様になる. つまり、峰での流体粒子の速さ V_c が波の位相速度 c に等しくなるときに極限波となり、峰での頂角は $\Theta = 120$ となる.³⁾
- $\theta = 0$ の A_{42} と $\theta = 52$ の A_{62} に関する 2 種類の高調波共鳴の分岐図を求め、その性質を明らかにした.
- 高調波共鳴を起こしている場合には、極限波が存在しない場合もある. 例えば、図 1 の $\theta = 10$ の場合.

入射波の波数を K 、振動数を ω とすると、short-crested wave を表す速度ポテンシャルは

$$\phi(x, y, z, t) = \sum_{n=0}^N \sum_{j=1}^N A_{nj} \cos(nKqy) \sin(jK(px - \omega t)) e^{\alpha_{nj}Kz}, \quad \alpha_{nj} = \sqrt{n^2q^2 + j^2p^2} \quad (1)$$

となる. ここで、 $p = \sin \theta$, $q = \cos \theta$. 以下に、分岐図と共鳴していない場合の典型的な波形 ($\theta = 60, 30$), A_{62} に関する高調波共鳴波 ($\theta = 55$) の極限波形を示す. 最後の波形では高調波の A_{62} モードがしっかりと確認できる. short-crested wave についての簡単な解説を含む文献¹⁾があることを紹介して終わる.

参考文献

- 1) F. Dias and T. J. Bridges. The numerical computation of freely propagating time-dependent irrotational water waves. *Fluid Dyn. Res.*, 38:803–830, 2006.
- 2) W. G. Penney and A. T. Price. Finite periodic stationary gravity waves in a perfect liquid. part II. *Phil. Trans. R. Soc. London A*, 244:254–284, 1952.
- 3) G. G. Stokes. On the theory of oscillatory waves. *Trans. Cambridge Phil. Soc.*, 8:441–455, 1847.

*okamura@riam.kyushu-u.ac.jp

[†] θ と short-crested wave の波数ベクトル (k_x, k_y) との間には $\tan \theta = k_x/k_y$ の関係がある.

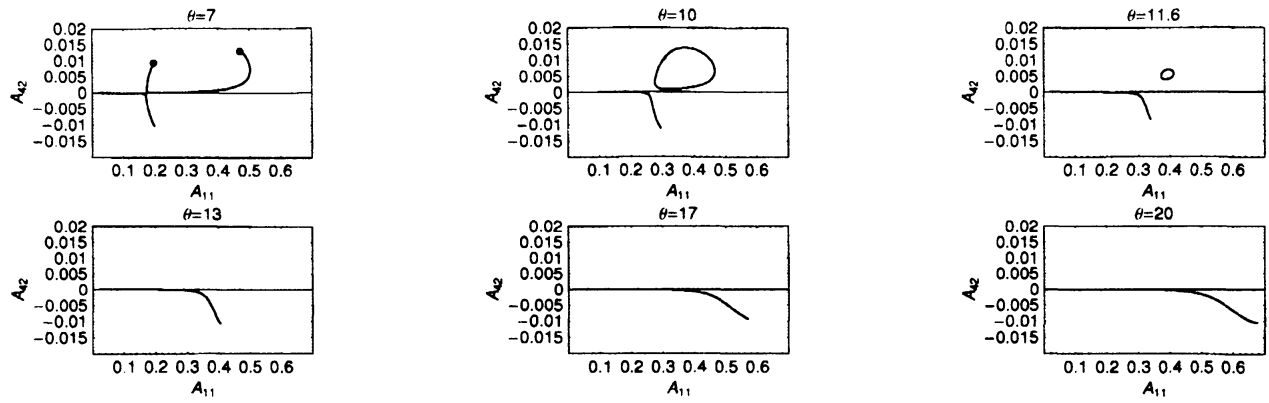


図 1: $7 \leq \theta \leq 20$ における A_{42} の分岐図. 超臨界分岐.

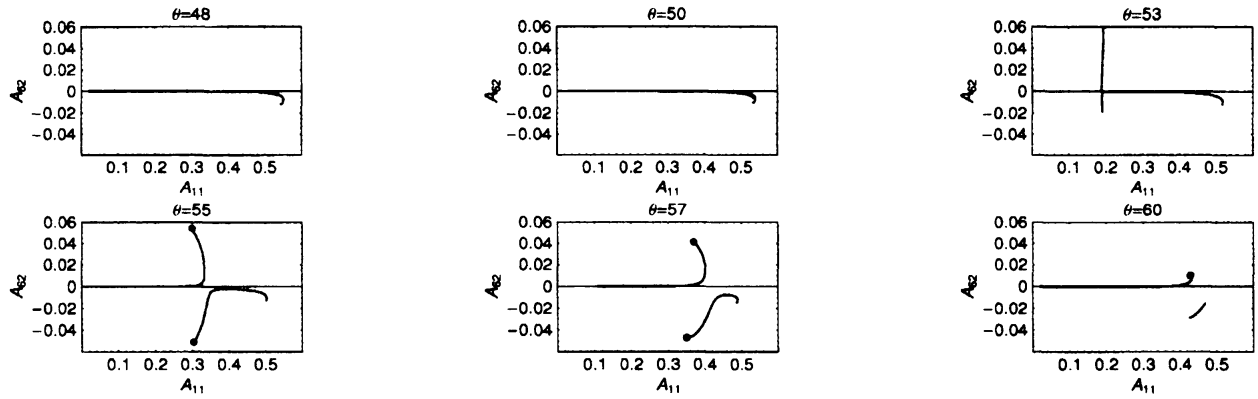


図 2: $48 \leq \theta \leq 60$ における A_{62} の分岐図. 亜臨界分岐.

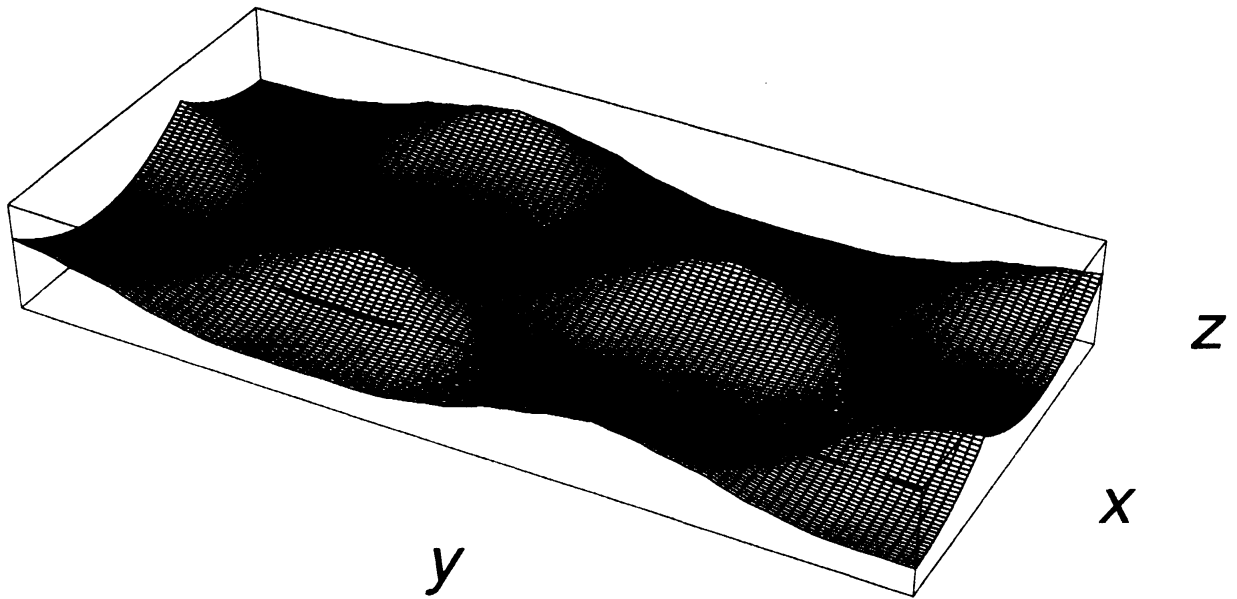


図 3: $\theta = 65$, $V_c = 0.98c$, $N = 30$.

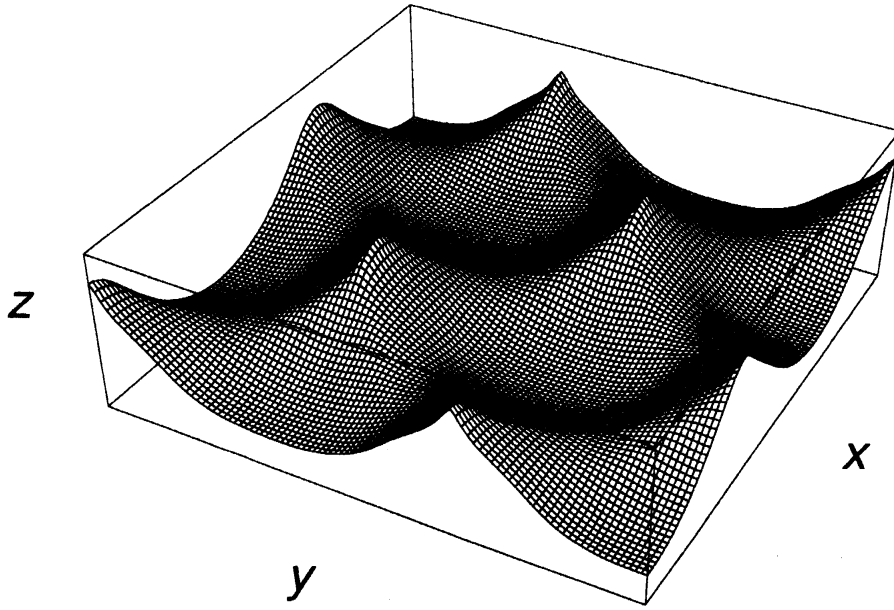


図 4: $\theta = 30$, $A_c = 0.991g$, $N = 30$

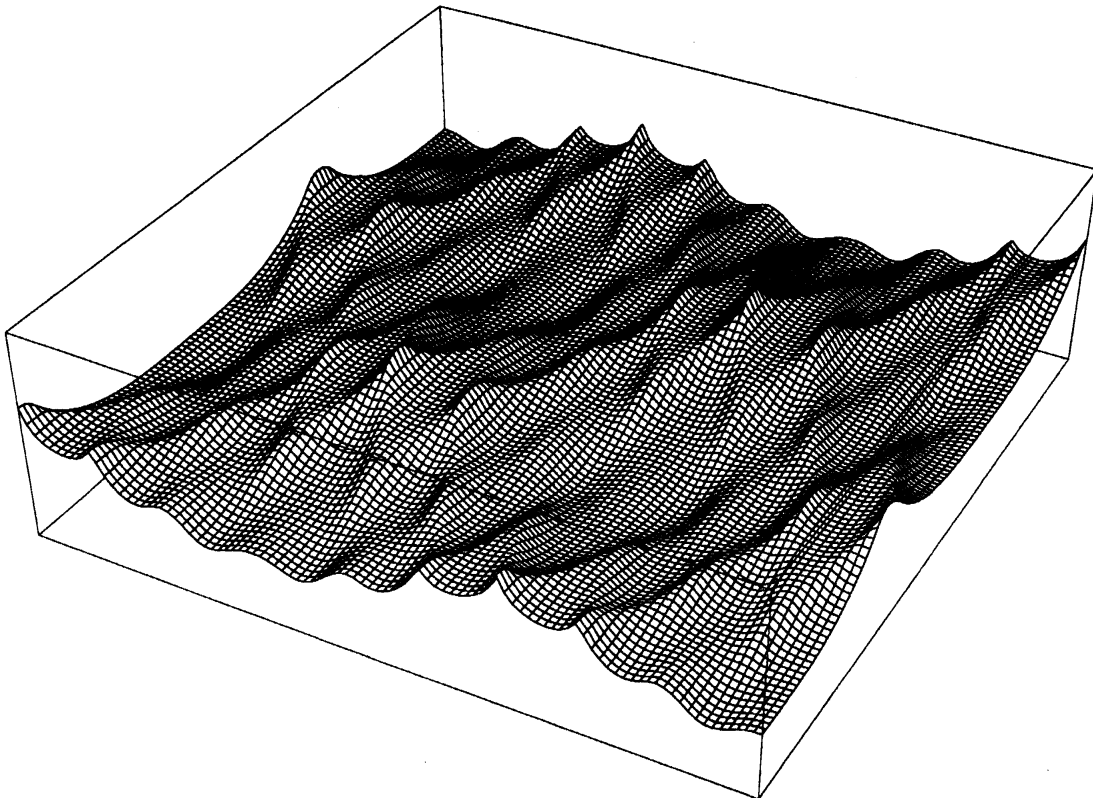


図 5: 図 2 の A_{62} の分岐図の $\theta = 55$ で $(A_{11}, A_{62}) = (0.3, 0.054)$ における高調波共鳴波の極限波形. $\theta = 55$, $A_c = 0.96g$, $N = 30$.